

2025年度入学

第3年次編入学試験問題

受験番号	
------	--

注意事項

1. 解答始めの合図があるまで、中の頁を見てはいけません。
2. 問題用紙が3枚、解答用紙が4枚、下書き用紙が2枚あります。
3. 解答始めの合図があったら、全ての用紙を見て枚数を確認して下さい。また、問題表紙、全ての解答用紙及び下書き用紙に、受験番号を記入して下さい。
4. 解答は、それぞれの問題の解答用紙に記入して下さい。他の問題の解答を記入しても採点の対象となりません。
5. 解答欄が足りないときは、同じ問題の解答用紙の裏に記入して下さい。裏に解答を記入するときは、表の頁に裏に解答を記入していることを書いて下さい。

岡山大学工学部工学科 機械システム系
機械工学コース ロボティクス・知能システムコース

2025年度機械システム系第3年次編入学(一般)試験問題

【問1】

以下の問いに答えよ.

(1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a, b > 0$) で示される楕円の面積を S とする. この楕円の方程式の x, y を極座標形式に変換し, 面積 S を求めよ.

(2) 次の3重積分を求めよ.

$$\iiint_D dx dy dz, D: x^2 + \frac{y^2}{4} + z^4 \leq 1$$

【問2】

式 (A) と式 (B) を用いて式 (C) のように表される2次曲線を考える. ここで, $P^{-1}AP$ が対角行列となる直交行列 P を用いて, \mathbf{X} と式 (D) の \mathbf{Y} には $\mathbf{X} = P\mathbf{Y}$ の関係があるものとする. ただし P の行列式は正とする. 以下の問いに答えよ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{A})$$

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad (\text{B})$$

$${}^t\mathbf{XAX} = (x \ y) \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = 3 \quad (\text{C})$$

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \quad (\text{D})$$

(1) A の固有値と, 固有値に対応する固有ベクトルをすべて求めよ. 固有ベクトルは長さ1に正規化して示すこと.

(2) P を求めよ.

(3) 式 (D) と $\mathbf{X} = P\mathbf{Y}$ を式 (C) に代入して, x', y' に関する方程式を求めよ.

(4) 原点を中心に \mathbf{Y} を角度 θ だけ回転させたベクトルが \mathbf{X} である. θ を求めよ.

【問3】

図1のように、一辺の長さが $2a$ で正方形の断面を持つ質量 m の物体が静止摩擦係数 μ で水平面との角度 θ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$) の斜面上に置かれている。この物体の斜面からの距離 a の位置に斜面に平行で下向きの外力 F を加えたとき、以下の問いに答えよ。ただし、物体は一様な密度を持つものとし、重力加速度の大きさを g とする。なお、各問いに対する解答では { } 内に記号が示されている場合には、その記号のうち必要なものを用いて記せ。示されていない場合は、各問いの指示に従って解答せよ。

- (1) 物体が静止しているときに斜面から受ける垂直抗力 N を示せ。{ a , F , m , g , θ , μ }
- (2) 物体が斜面上をすべり出す瞬間を考える。このとき、斜面に平行な方向の力のつり合いの式を示せ。{ a , F , m , g , θ , μ }
- (3) 物体がすべらずに点Pを支点にして回転し始めるときを考える。このとき、外力 F の条件を求めよ。{ a , F , m , g , θ , μ }
- (4) 物体が回転せずにすべるときの静止摩擦係数 μ の範囲を求めよ。

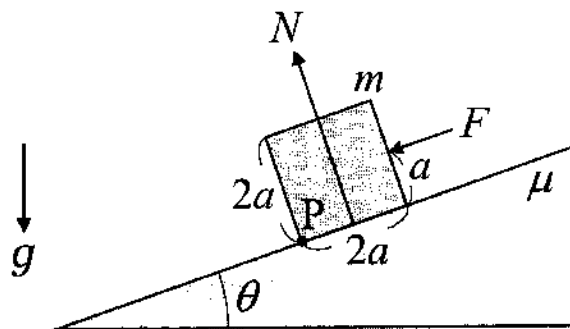


図1

【問4】

図2のように、鉛直上向きで磁束密度 B の一様な磁場中に、水平に間隔 L で平行に置かれた2本の導体レールを起電力 E の電池と抵抗値 R の抵抗でつなぎ、細くて軽い導体棒を導体レールと直角に置く。導体棒に軽い糸を結び、滑車を通して質量 M の小球をつり下げる。小球が一定の速さ v で上昇しているとき、以下の問いに答えよ。ただし、重力加速度の大きさを g とし、導体レールと導体棒の抵抗、導体レールと導体棒間の摩擦、回路を流れる電流がつくる磁場は無視できるものとする。なお、各問いに対する解答は { } 内の記号のうち必要なものを用いて記せ。

- (1) 導体棒に生じる誘導起電力の大きさを求めよ。{ B, L, v }
- (2) キルヒホッフの第2法則を用いて回路に流れる電流の大きさを求めよ。
{ B, L, E, R, v }
- (3) 導体棒が磁場から受ける力の大きさを求めよ。{ B, L, E, R, v }
- (4) 速さ v を求めよ。{ B, L, E, R, M, g }
- (5) 抵抗の消費電力を求めよ。{ B, L, R, M, g }

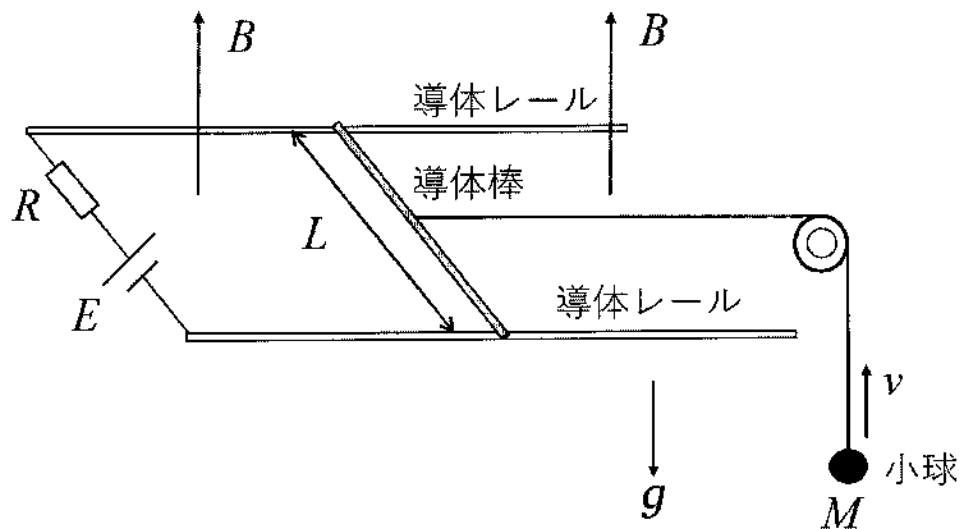


図2

受験 番号		氏 名	
----------	--	--------	--

2025年度工学部情報・電気・数理データサイエンス系
数理データサイエンスコース第3年次編入学試験問題

注意

1. 試験時間：2024年6月15日（上）9：00～11：00
2. 試験終了まで退室を認めません。
3. 問題は「数学」が3問あります。
4. 問題用紙、解答用紙、下書き用紙が配布されています。
5. 問題用紙はこの表紙を含めて4枚です。すべての問題に解答してください。
 - 問題用紙の余白は計算用紙、下書き用紙として使用してよいが、この余白に記入された内容は採点対象としません。
 - 問題用紙は試験終了後、回収します。表紙上部の受験番号欄と氏名欄に受験番号と氏名を記入しなさい。
6. 解答用紙は3枚です。解答用紙の3枚ともに受験番号欄と氏名欄に受験番号と氏名を記入しなさい。（受験番号欄と氏名欄以外には受験番号や氏名を記入してはいけません。）
 - 解答はすべて、対応する問題の解答用紙に記入し、他の問題の解答用紙には書いてはいけません。
 - 解答欄が足りない場合、解答用紙の裏面に解答を記入してもかまいませんが、整理票は切り離すので、整理票の裏面に記入してはいけません。
 - 解答欄の表裏で収まるように答案を作成しなさい。
7. 下書き用紙は1枚です。下書き用紙に記入された内容は採点対象としません。
 - 下書き用紙は試験終了後、回収します。下書き用紙上部の受験番号欄と氏名欄に受験番号と氏名を記入しなさい。
8. 電卓などの計算用具は使用してはいけません。

以上

問題は第1問から第3問まであります。

第1問 以下の問1から問4に答えよ.

問1 以下の y に対して導関数 $\frac{dy}{dx}$ を求めよ.

(i) $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

(ii) $y = 10^{x^2}$

(iii) $y = \sin^{-1} x (\sin y - x)$, ただし $-1 \leq x \leq 1$, $-\pi/2 \leq y \leq \pi/2$ とする.

問2 $x > 0$ のとき, 以下の不等式が成り立つことを証明せよ.

(i) $e^{-x} > 1 - x$

(ii) $e^{-x} < 1 - x + \frac{x^2}{2}$

問3 以下の各問で定義される面積や体積の値を求めよ.

(i) 曲線 $x = y^2$ と直線 $y = x - 2$ で囲まれる図形の面積

(ii) 曲線 $y = x^2$ と直線 $x = 2$ と x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転してできる立体の体積

(iii) 曲線 $y = x^2$ と直線 $x = 2$ と x 軸で囲まれた図形を y 軸のまわりに回転してできる立体の体積

問4 常微分方程式の初期値問題

$$\frac{dx}{dt} = x^2, \quad x(0) = \frac{1}{2}$$

の解 $x(t)$ を求めよ.

第2問 以下の問1から問3に答えよ.

問1 写像 $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ を

$$f\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x+y \\ x-y \\ 2x-y \end{pmatrix}$$

で定める. 以下の各問に答えよ.

- (i) f は線型写像であることを示せ.
- (ii) f の像 $\text{Im}f = \{f(\mathbf{x}); \mathbf{x} \in \mathbb{R}^2\}$ の基底を一組求めよ.

問2 $n \times n$ 実行列 A が ${}^tAA = E_n$ を満たすとき, A は直交行列という (E_n は $n \times n$ 単位行列, tA は A の転置行列を表す). $n \times n$ 実行列 A, B について, 以下の各問に答えよ.

- (i) A が直交行列のとき, $\det A = \pm 1$ であることを示せ.
- (ii) A と AB が直交行列のとき, B も直交行列であることを示せ.

問3 実数 a に対し, 次の行列 A を考える.

$$A = \begin{pmatrix} 2a & 0 & a \\ 0 & -2 & 0 \\ -2a+1 & 0 & -a+1 \end{pmatrix}$$

以下の各問に答えよ.

- (i) A の固有値を求めよ.
- (ii) A が対角化不可能となる実数 a を全て求めよ.

第3問 母平均が未知である母集団から無作為抽出により標本を得て、母集団の性質を推測したい。以下の問1および問2に答えよ。

問1 下記の標本 x が得られたとする。

$$x = (162, 171, 159, 166)$$

以下の各問に答えよ。

- (i) x の標本平均 \bar{x} を求めよ。
- (ii) x の不偏分散を求めよ。
- (iii) (ii) の不偏分散を用いて、 \bar{x} に関する標準誤差を求めよ。

問2 母集団分散は既知で σ^2 とする。サイズ N の標本を繰り返し抽出して、その都度標本平均 \bar{x} を計算するという操作を考える。このとき \bar{x} を確率変数とみなして、その分散 $V[\bar{x}]$ を導出せよ。ただし母集団からの抽出は独立試行であることを仮定してよい。